

יערפול מהי כיתת האס צח האחרת!!

מבחן גמר במתמטיקה

משך המבחן 3½ שעות. אין להשתמש במחשבוניים!

אין לצאת ב-45 הדקות האחרונות של המבחן!

יש לפתור שתיים מהשאלות 1-3, אחת מהשאלות 4-5, שאלה 6, ושתיים מהשאלות 7-9!

תיבדקנה רק התשובות הראשונות בכל מקבץ של שאלות בחירה!!!

סעיפים שונים באותה שאלה שווים בניקודם עד כדי נקודה, אלא אם רשום אחרת!

בכל שאלה חובה למצוא את כל התשובות. חובה לנמק כל תשובה ולפשטה ככל הניתן!

כל נוסחה שנעשה בה שימוש ואינה מופיעה בדף הנוסחאות - חייבת הוכחה!

כל משפט בגיאומטריה המישור שנעשה בו שימוש ושאינו מופיע ברשימת המשפטים - חייב הוכחה!

שאלה 1 (15%)

נתונות הנקודות $A(1,1,1), B(2,0,3), C(-1,2,2), D(m,4-m,1)$ במרחב.

4% א. מצא את m כך שהנקודות יהיו קופלנריות, כלומר, יימצאו במישור אחד.

4% ב. מצא נקודה סימטרית לנקודה D (עבור $m=3$) ביחס למישור ABC .

(רמז: שיעורי הנקודה אינם מספרים שלמים).

4% ג. רשום את משוואת המישור העובר דרך נקודה D (עבור $m=3$) ומקביל למישור ABC .

3% ד. מצא פונקציה טריגונומטרית של הזווית בין המישור מסעיף ג' ובין הישר AD .

שאלה 2 (15%)

במשולש שווה-שוקיים ABC נתון כי $\angle BAC = \angle BCA = \alpha$

ונתון כי רדיוס המעגל החסום במשולש ABC קטן ב- m מהגובה BD .

8% א. חשב את שטח המשולש באמצעות α ו- m .

7% ב. מצא את רדיוס המעגל החוסם את המשולש באמצעות α ו- m .

שאלה 3 (15%)

7% א. עבור אילו ערכים של m יש למשוואה $x^2 - 6|x| + m = 0$ שני פתרונות ממשיים?

8% ב. מצא את כל הערכים של a המקיימים: $\cos \frac{18\pi}{a} = 1$

וגם שלמשוואה $x^2 - 6|x| = a - 6$ יהיו שני פתרונות ממשיים? (רמז: ניתן להסתמך על סעיף א')

* * * * *

שאלה 4 (15%)

9% א. נתונות שתי סדרות חשבוניות.

בסדרה הראשונה האיבר הראשון והחמישי שווים ל-7 ול-(-5) בהתאמה.

בסדרה השנייה האיבר הראשון הוא 0 והאחרון הוא 3.5.

האיבר השלישי בסדרה הראשונה שווה לאיבר השלישי בסדרה השנייה.

מצא את סכום כל האיברים בסדרה השנייה.

6% ב. הוכח שלכל n טבעי $n^3 + 5n$ מתחלק ב-6 ללא שארית.

שאלה 5 (15%)

$$\text{פתור } \text{ctg} \frac{x}{2} - \text{tg} \frac{x}{2} + \frac{4}{\cos 2x} = \frac{4 \text{tg} \frac{x}{2}}{\text{tg}^2 \frac{x}{2} - 1}$$

שאלה 6 (15%) - שאלת חובה!

דרך קודקוד של חרוט מעגלי ישר מעבירים מישור המחלק את מעגל הבסיס לשתי קשתות כך שיחס אורכייהן הוא 5:1.

המישור יוצר זווית α עם גובה החרוט ואותו מישור נמצא במרחק a ממרכז הבסיס. חשב את נפח החרוט באמצעות α ו- a ?

* * * * *

שאלה 7 (20%)

נתונה הפונקציה $f(x) = \cos 2x - 2 \cos x + 1$

4% א. הוכח ש- $f(x)$ מחזורית ומצא את המחזור שלה.

10% ב. חקור את הפונקציה בקטע $0 \leq x \leq 2\pi$:

(1) נקודות חיתוך עם הצירים.

(2) תחומי עליה וירידה ונקודות קיצון.

(3) צייר רשומת (סקיצה) של הגרף.

6% ג. מצא את שטח התחום החסום על-ידי הקווים $y = -x^3$, $y = \frac{8}{3}\sqrt{x}$, $y = 8$

(שים לב: התחום חייב להיות מוגבל ע"י שלושת הקווים הנ"ל)

שאלה 8 (20%)

10% א. נתונים שני מעגלים $x^2 + y^2 - 16x + 8y = 20$, $x^2 + y^2 = 10x$ המשיקים זה לזה פנימית. על המשיק המשותף מצא נקודה כך שיחד עם מרכזי המעגלים יתקבל משולש ששטחו 25. מצא את כל הפתרונות.

10% ב. סכום המקדמים הבינומיאליים בפיתוח של הבינום $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$ קטן ב-240

מסכום המקדמים הבינומיאליים בפיתוח של הבינום $(a+b)^{2n}$. מצא את האיבר השלישי המתקבל מפיתוח הבינום הראשון.

שאלה 9 (20%)

10% א. אליפסה $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ חסומה בריבוע.

(1) מצא את השיעורים של נקודות ההשקה.

(2) חשב את שטח הריבוע.

10% ב. נתון $z \neq 0$ $z + \frac{1}{z} = 2 \cos \alpha$ מספר מרוכב.

(1) חשב את z באמצעות α .

(2) הוכח: $z^n + \frac{1}{z^n} = 2 \cos n\alpha$

בהצלחה!

(1 181e)

(k)

$$\begin{aligned} A & (1, 1, 1) \\ B & (2, 0, 3) \\ C & (-1, 2, 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= (1, -1, 2) \\ \overline{AC} &= (-2, 1, 1) \end{aligned}$$

$$D(m, 4-m, 1) = (6, -2, 1)$$

A	B	C
1	-1	2
-2	1	1

$$\vec{n}(-3, -5, -1)$$

$$-3x - 5y - z + D = 0$$

$$\begin{array}{ccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 1 & 1 & 1 \end{array}$$

$$-3 - 5 - 1 + D = 0$$

$$D = 9$$

$$-3x - 5y - z + 9 = 0$$

$$3x + 5y + z - 9 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ m & 4-m & 1 \end{array}$$

$$3m + 20 - 5m + 1 - 9 = 0$$

$$12 = 2m$$

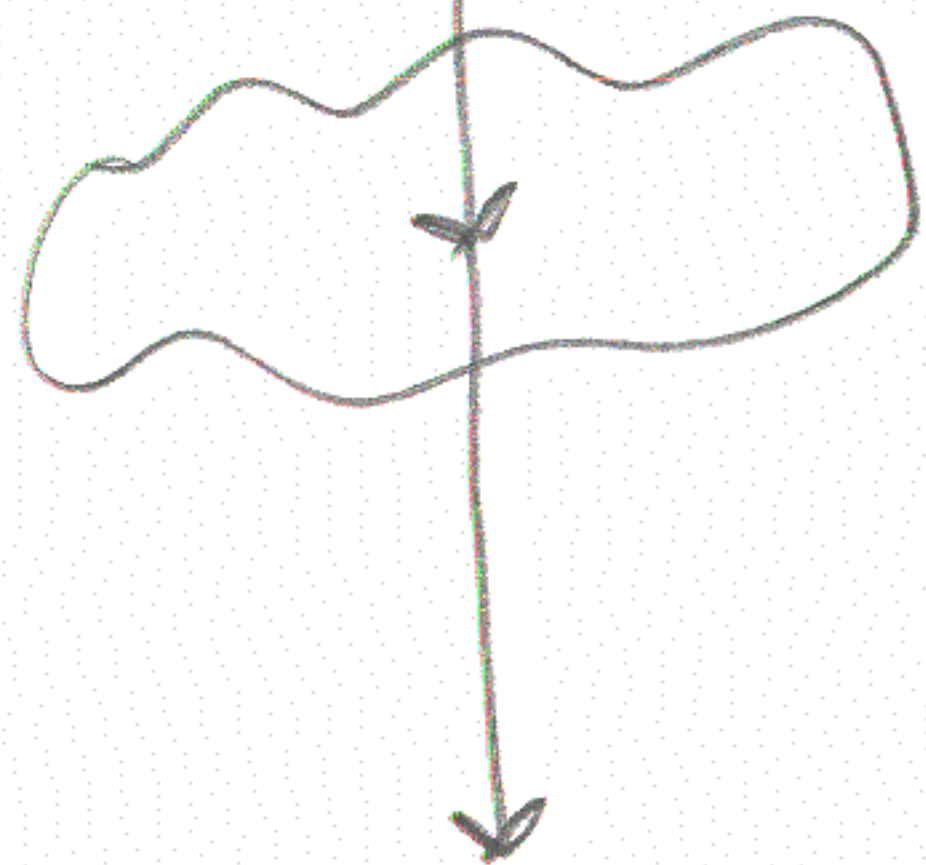
$$\boxed{m = 6}$$

2

$(3, 1, 1)$

$(3, 1, 1) + t(3, 5, 1)$

1 אדק



$$3x + 5y + z - 9 = 0$$

$$3(3 + 3t) + 5(1 + 5t) + (1 + t) - 9 = 0$$

$$\cancel{9} + 9t + 5 + 25t + 1 + t - \cancel{9} = 0$$

$$35t + 6 = 0$$

$$t = \frac{-6}{35} \Rightarrow 2t = \frac{-12}{35}$$

$$\left(\frac{69}{35}, \frac{-5}{7}, \frac{23}{35} \right)$$

איזה זוג
 כאלו סה"כ
 עמך וסך

מספר
 נ/ו מופיע כאשר
 מחלקו.

②

(178/2)

$$m=3 \quad D \quad (3, 1, 1)$$

$$3x + 5y + z + Q = 0$$

$$\begin{array}{ccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 3 & 5 & 1 \end{array}$$

$$9 + 5 + 1 + Q = 0$$

$$Q = -15$$

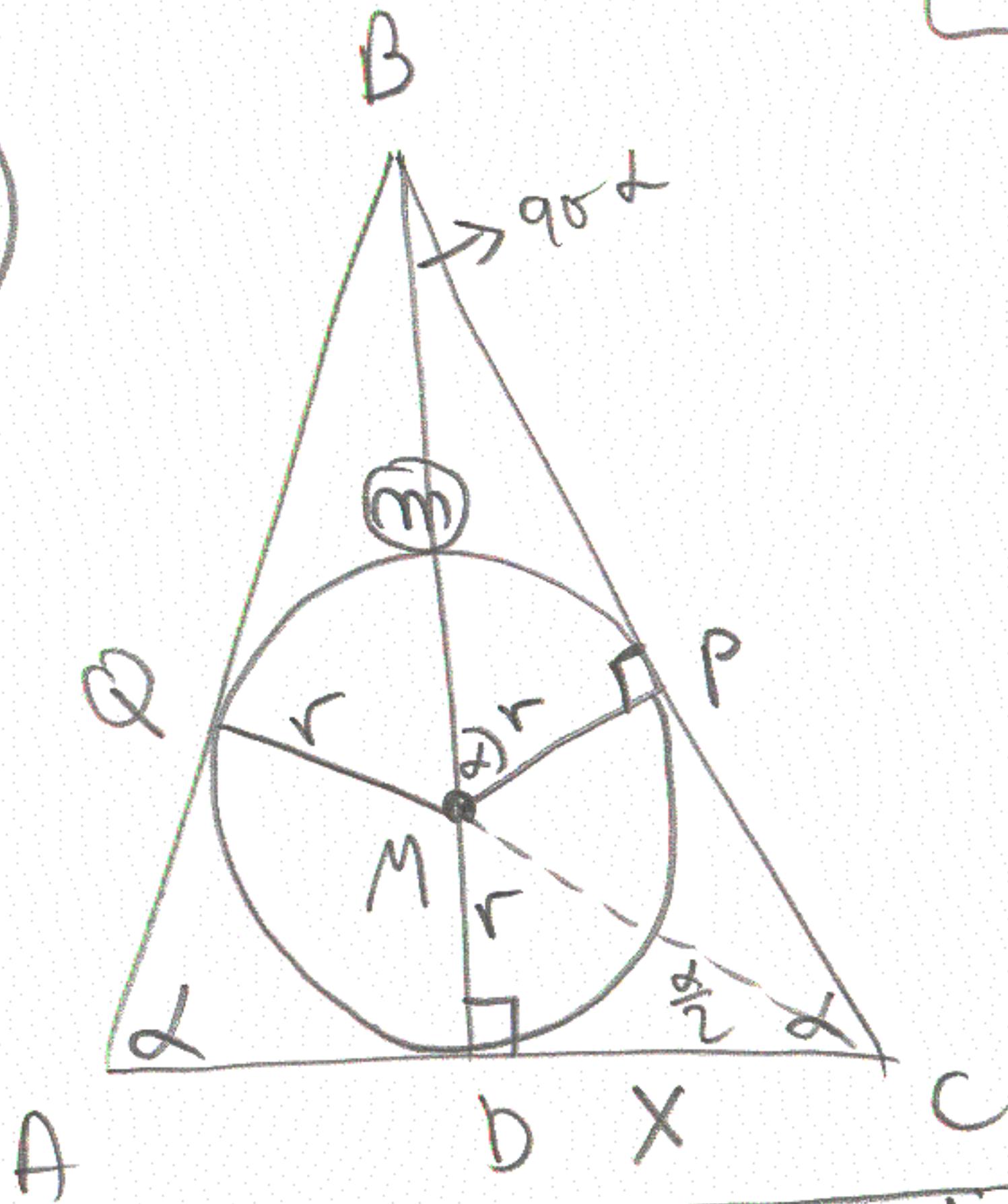
$$3x + 5y + z - 15 = 0$$

$$\vec{AD} \quad (2, 0, 0)$$

$$\vec{n} \quad (3, 5, 1)$$

$$\sin \phi = \frac{(2, 0, 0) \cdot (3, 5, 1)}{|(2, 0, 0)| \cdot |(3, 5, 1)|} = \frac{6}{2 \cdot \sqrt{35}} = \frac{3}{\sqrt{35}}$$

(C)



(2 סעיפים)

$$r + m = H$$

ΔBPM :

$$\cos \alpha = \frac{r}{m}$$

$$m \cdot \cos \alpha = r$$

$$H = m + m \cos \alpha = m(1 + \cos \alpha)$$

ΔMDC :

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{r}{X}$$

$$X = \frac{r}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} = \frac{m \cos \alpha}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}$$

$$S' = H \cdot X = \frac{m(1 + \cos \alpha) \cdot m \cos \alpha}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}$$

$$S = \frac{m^2 \cos \alpha (1 + 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1)}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}$$

(2) δ_{ke}

$$r = \frac{m^2 \cdot \cos \alpha \cdot 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{\frac{S W \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}}} =$$

$$r = \frac{2 m^2 \cos \alpha \cos^3 \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} = 2 m^2 \cos \alpha \cos^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \cot \frac{\alpha}{2}$$

② $\frac{Zx}{S W (180 - 2\alpha)} = ZR$

$$\frac{m \cos \alpha}{\underbrace{\text{tg } \frac{\alpha}{2} S W \alpha}_{2 S W \alpha \cos \alpha}} = \frac{m}{2 \text{tg } \frac{\alpha}{2} S W \alpha} = R$$

Ⓚ

$$x^2 - 6|x| = -m$$

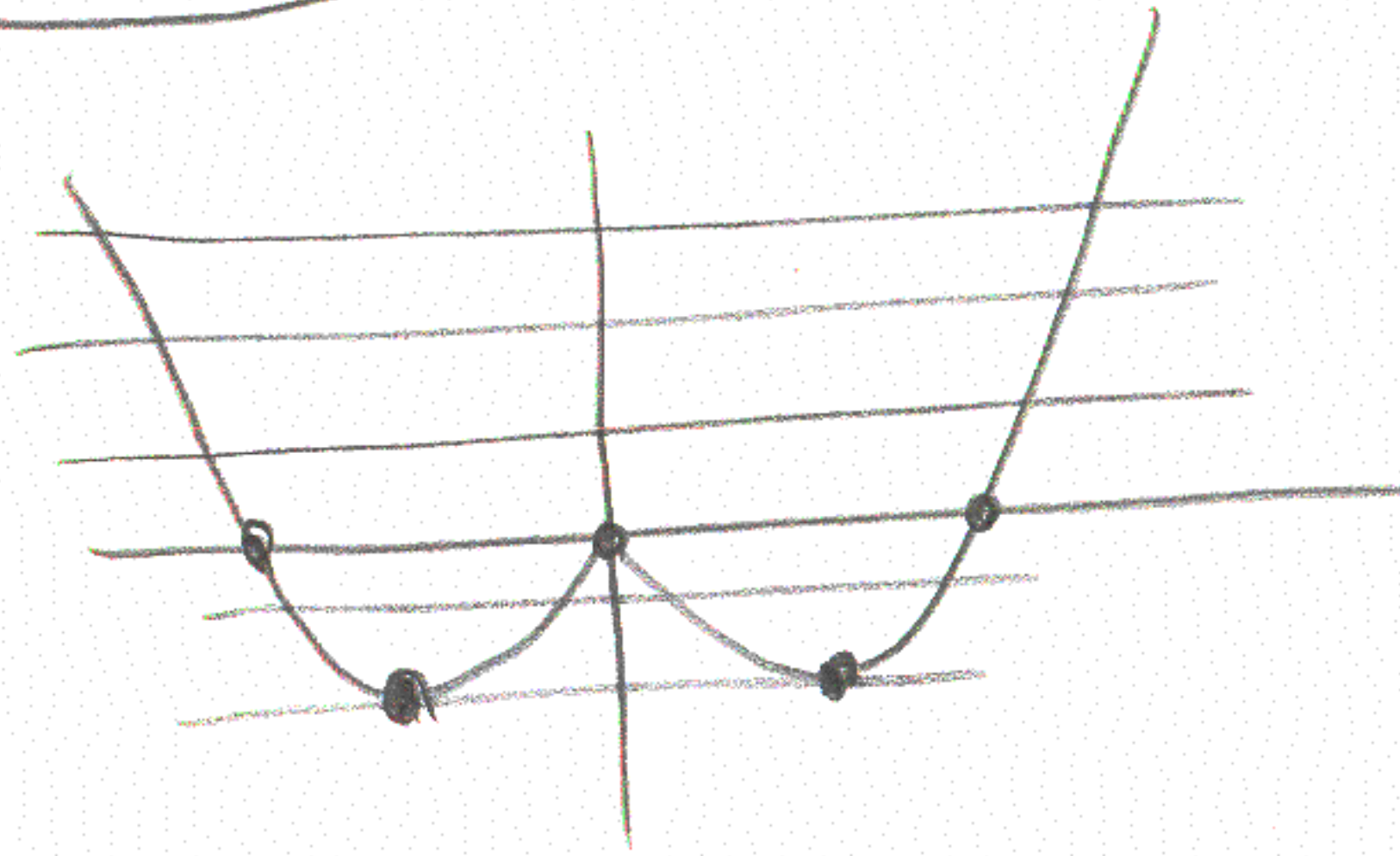
$$x > 0 \quad y = x^2 - 6x$$

$$x \leq 0 \quad y = x^2 + 6x$$

$$\uparrow x = 3$$

$$\uparrow y = 3^2 - 6 \cdot 3 = -9$$

(3 ниске)



$$-m = -9 \Rightarrow$$

$$-m > 0 \Rightarrow$$

$$m = 9$$

$$m < 0$$

Ⓛ

$$\cos \frac{18\pi}{a} = \cos \alpha = 1$$

$$x^2 - 6|x| = a - 6 = -m \Rightarrow$$

$$\frac{18\pi}{a} = 2\pi k \Rightarrow a = \frac{9}{k} \quad k = 0, \pm 1, \dots$$

$$a - 6 = -9 \Rightarrow a = -3$$

$$a - 6 > 0 \Rightarrow a > 6$$

Ⓚ

||
||

(3 η δ λ ε)

$$a = \frac{9}{k}$$

π 21

$$a = -3$$

11c

$$a > 6$$

$$\frac{9}{k} = -3$$

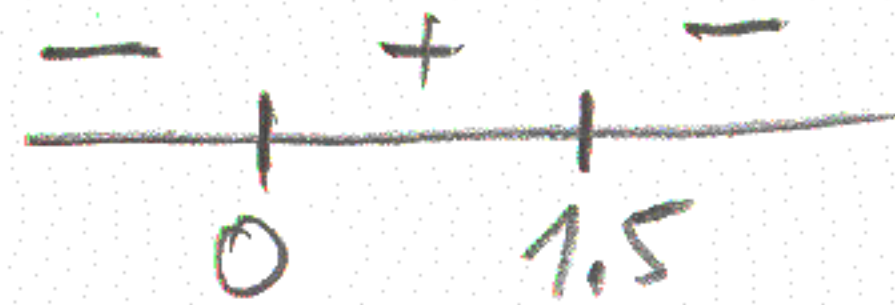
$$-3 = k \checkmark$$

⇓

$$a = -3$$

$$\frac{9}{k} > 6$$

$$\frac{9-6k}{k} > 0$$



$$0 < k < 1.5$$

$$k = 1$$

↑ δε
1:1 T

$$a = 9$$

(k)

(4 terms)

(a) $7, a_2, a_3, a_4, -5, \dots$

(b) $0, b_2, a_3, \dots, 3.5$

$$a_5 = a_1 + 4d_a \Rightarrow -5 = 7 + 4d_a \Rightarrow d_a = -3 \Rightarrow a_3 = 1 = b_3$$

$$b_n = b_1 + (n-1) \cdot d_b \Rightarrow 3.5 = 0 + (n-1) \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \textcircled{n=8}$$

$$b_3 = b_1 + 2d_b \Rightarrow 1 = 0 + 2d_b \Rightarrow d_b = \frac{1}{2}$$

$$S_8 = b_1 + b_2 + \dots + b_8 = \frac{8}{2} (0 + 3.5) = \textcircled{14}$$

4 אפר

2

$$\frac{n^3 + 5n}{6}$$

כסס
אוקבוק

$$n(n^2 + 5)$$

$$n(n^2 + 3n + 2 - 3n + 3)$$

$$n(n^2 + 3n + 2) + n(3 - 3n)$$

$$n(n+1)(n+2) + n(1-n) \cdot 3$$

3 מספר
אוקבוק
6 - ק מחלק

- 3n(n-1)
מספר שני
אוקבוק 3 - ק
בסוף מחלק 6 - ק

$$(n+1)(n+2) = n^2 + 3n + 2$$

$$(n+1)^3 + 5(n+1)$$

$$n^3 + 5n + 3n^2 + 3n + 1 + 5$$

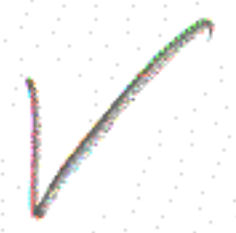
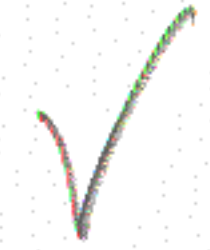
↓
לס
התחלה



$$\frac{3(n^2 + n + 2)}{6}$$

$$\frac{n^2 + n + 2}{2}$$

$$\frac{n(n+1)}{2} + \frac{2}{2}$$



דו.נ

(5 nre)

$$\cot \frac{x}{2} - \operatorname{tg} \frac{x}{2} + \frac{4}{\cos 2x} = \frac{4 \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} - 1}$$

$$\frac{\cos \frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{2}} - \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}} + \frac{4}{\cos 2x} = \frac{4 \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}}}{\frac{\sin^2 \frac{x}{2}}{\cos^2 \frac{x}{2}} - 1}$$

$$\frac{\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} + \frac{4}{\cos 2x} = \frac{4 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2}}$$

$$\frac{\cos x}{\frac{1}{2} \sin x} + \frac{4}{\cos 2x} = \frac{2 \sin x}{-\cos x}$$

$$\frac{2 \cos x}{\sin x} + \frac{2 \sin x}{\cos x} + \frac{4}{\cos 2x} = 0$$

д.н

$$\sin \frac{x}{2} \neq 0$$

$$\cos \frac{x}{2} \neq 0$$

$$\cos 2x \neq 0$$

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} \neq 1$$

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} \neq -1$$

↑ P > K
↓ 102

(5 אדע)

$$\frac{2(\cos^2 x + \sin^2 x)}{\sin x \cos x} + \frac{4}{\cos 2x} = 0$$

$$\frac{2}{\frac{1}{2} \sin 2x} + \frac{4}{\cos 2x} = 0$$

$$\frac{4}{\sin 2x} + \frac{4}{\cos 2x} = 0$$

$$\cos 2x + \sin 2x = 0$$

$$\sqrt{2} \sin(2x + 45) = 0$$

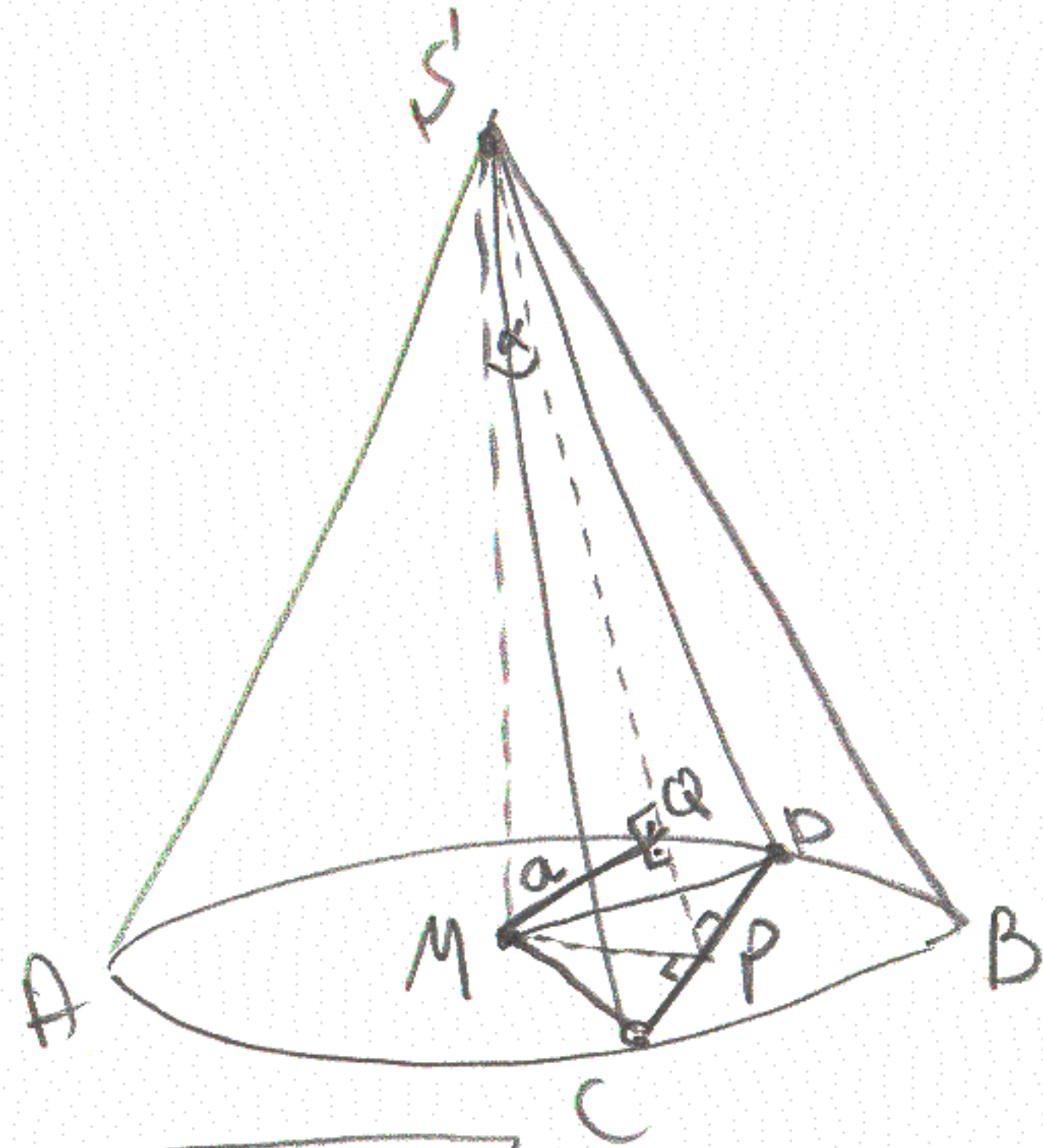
$$\sin(2x + 45) = 0$$

$$2x + 45 = 180k$$

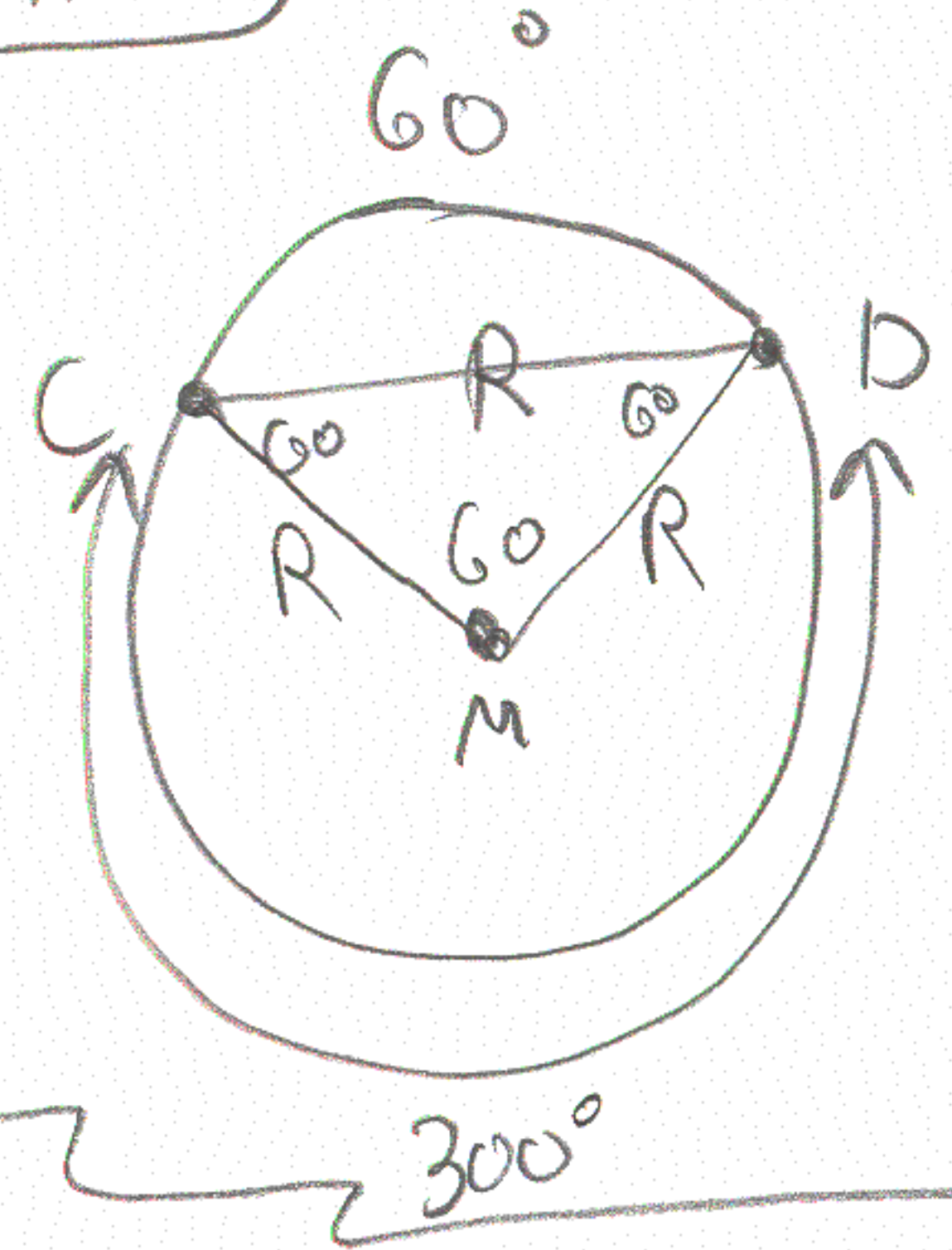
$$X = -22.5 + 90k \quad \checkmark$$

הזכרתי לך את הפתרון
הוא מתאים לבעיה

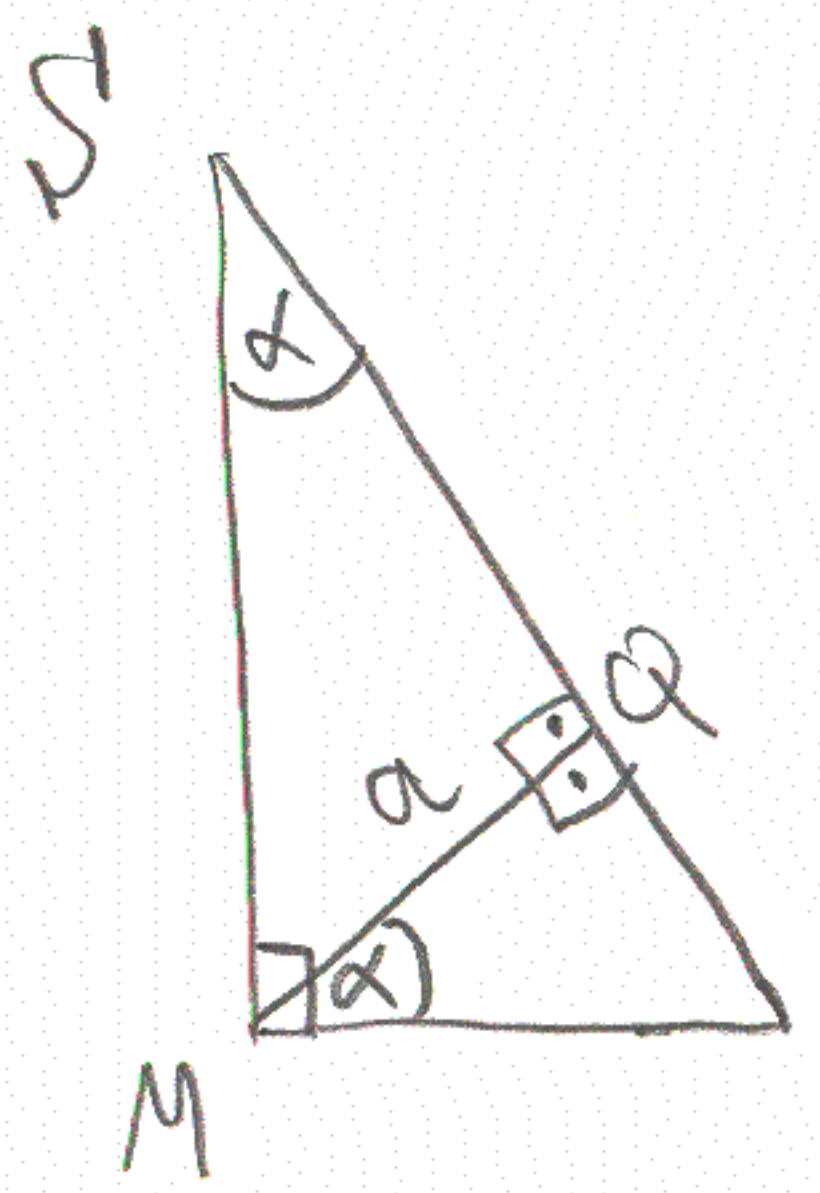
אם
תהיה



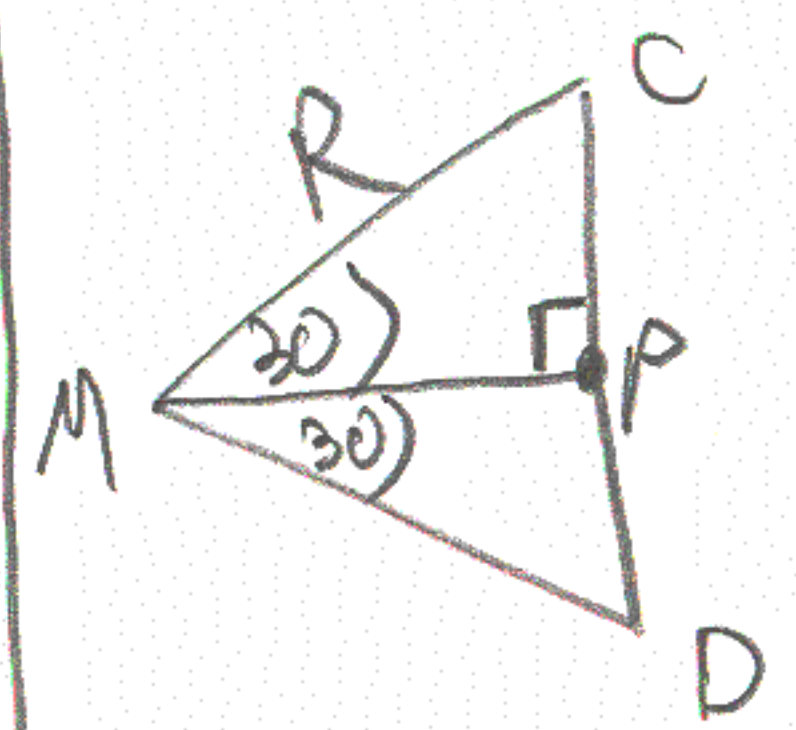
[6 ηδελ]



$1:5$
 $7+5=6$
 $\frac{360}{6}=60$
 $5 \cdot 60 = 300$



$\Delta SMQ:$
 $\sin \alpha = \frac{a}{SM}$
 $SM = H = \frac{a}{\sin \alpha}$



$\cos 30 = \frac{MP}{R}$
 $R = \frac{a}{\cos \alpha \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2a}{\sqrt{3} \cos \alpha}$

$\Delta MQP:$
 $\cos \alpha = \frac{a}{MP}$
 $MP = \frac{a}{\cos \alpha}$

$V = \frac{1}{3} \pi \cdot R^2 \cdot H = \frac{1}{3} \pi \cdot \frac{4a^2}{3 \cos^2 \alpha} \cdot \frac{a}{\sin \alpha} =$

$V = \frac{4\pi \cdot a^3}{9 \cos^2 \alpha \sin \alpha} = \frac{8\pi a^3}{9 \sin 2\alpha \sin \alpha}$

זרעוה 7

$$y = \cos 2x - 2\cos x + 1$$

$$2\cos^2 x - 1 - 2\cos x + 1$$

$$2(\cos^2 x - \cos x)$$

2

1 $x=0$ $(0,0)$
 $x=2\pi$ $(2\pi,0)$

$$\cos x (\cos x - 1) = 0$$

$x = \frac{\pi}{2}$
 $x = \frac{3\pi}{2}$

$x = 0$
 $x = 2\pi$

$(\frac{\pi}{2}, 0)$
 $(\frac{3\pi}{2}, 0)$

ע

$$\cos 2x \rightarrow \frac{2\pi}{2} \Rightarrow \pi$$

$$\cos x \rightarrow 2\pi$$

2π $\pi/5\pi$

$$y(x+2\pi) = \cos(2x+4\pi) - 2\cos(x+2\pi) + 1$$

$$\cos 2x - 2\cos x + 1$$

!! π 2π $\pi/2$ $3\pi/2$ $\pi/2$ $3\pi/2$!!

(7.8.16)

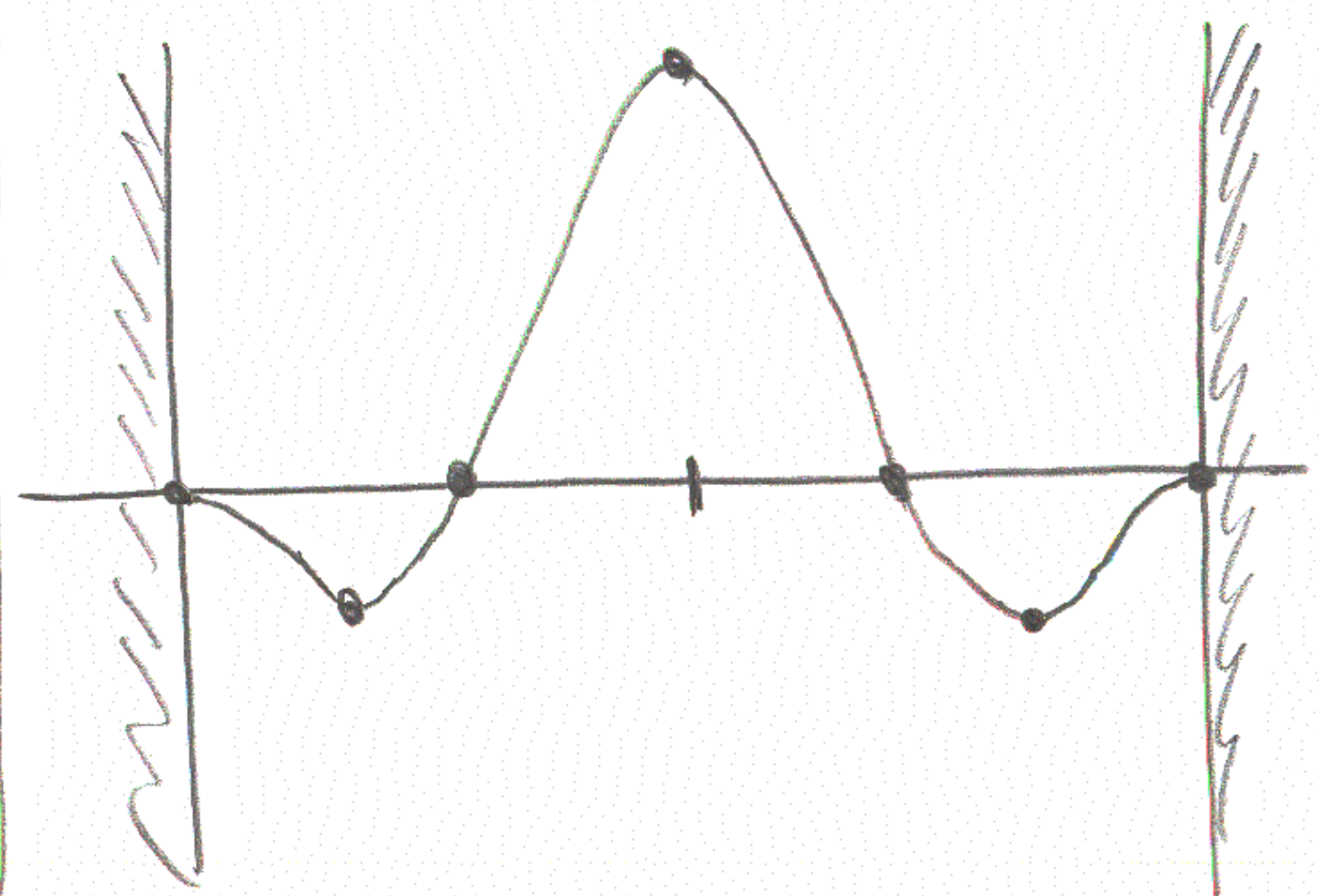
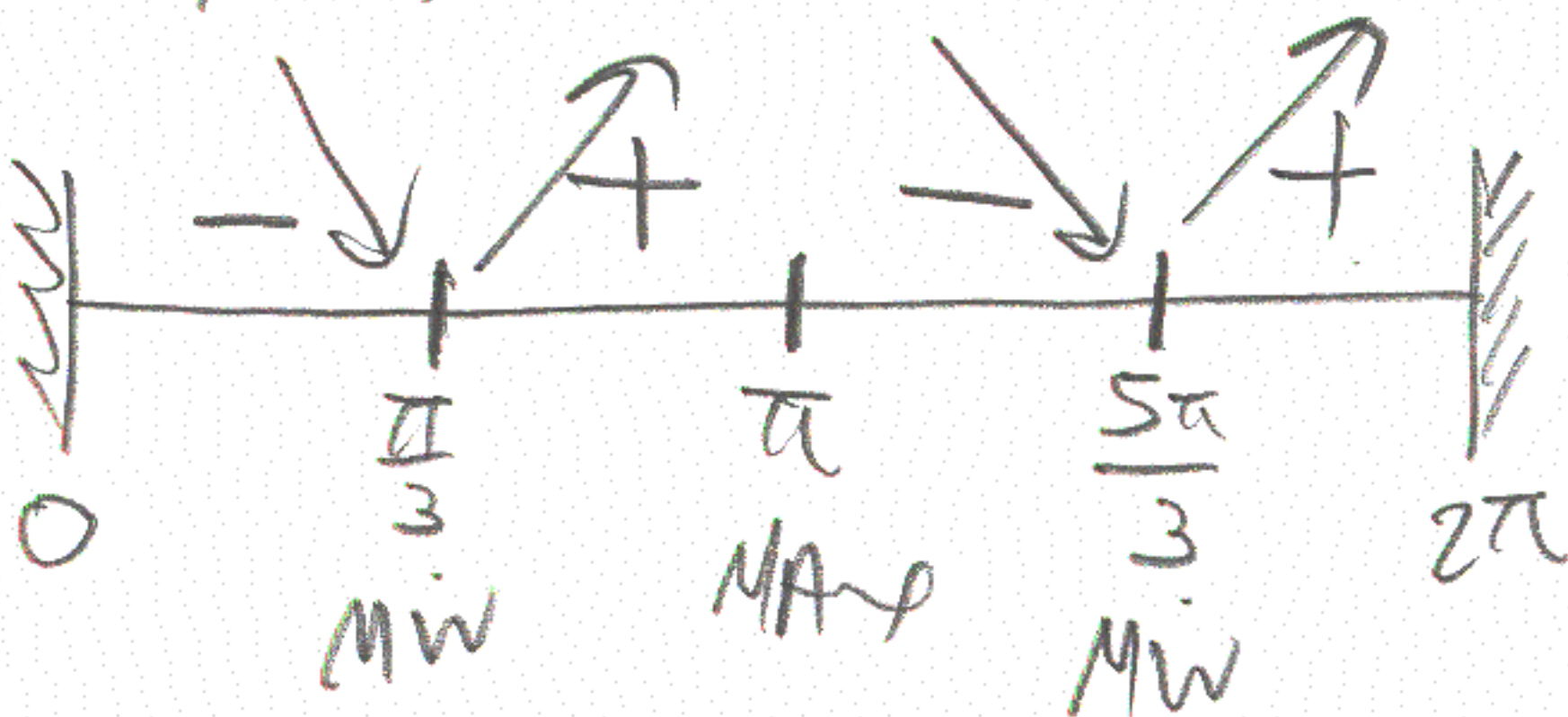
$$\textcircled{2} \quad y' = 2 \cos x (-\sin x) + \sin x = 0$$
$$\sin x (1 - 2 \cos x) = 0$$

$$\sin x = 0 \quad \cos x = \frac{1}{2}$$

MAX (MIN) $(0, 0)$ $(\frac{\pi}{3}, -\frac{1}{2})$ MIN (MAX)

MAX (MIN) $(\pi, 4)$ $(\frac{5\pi}{3}, -\frac{1}{2})$ MIN (MAX)

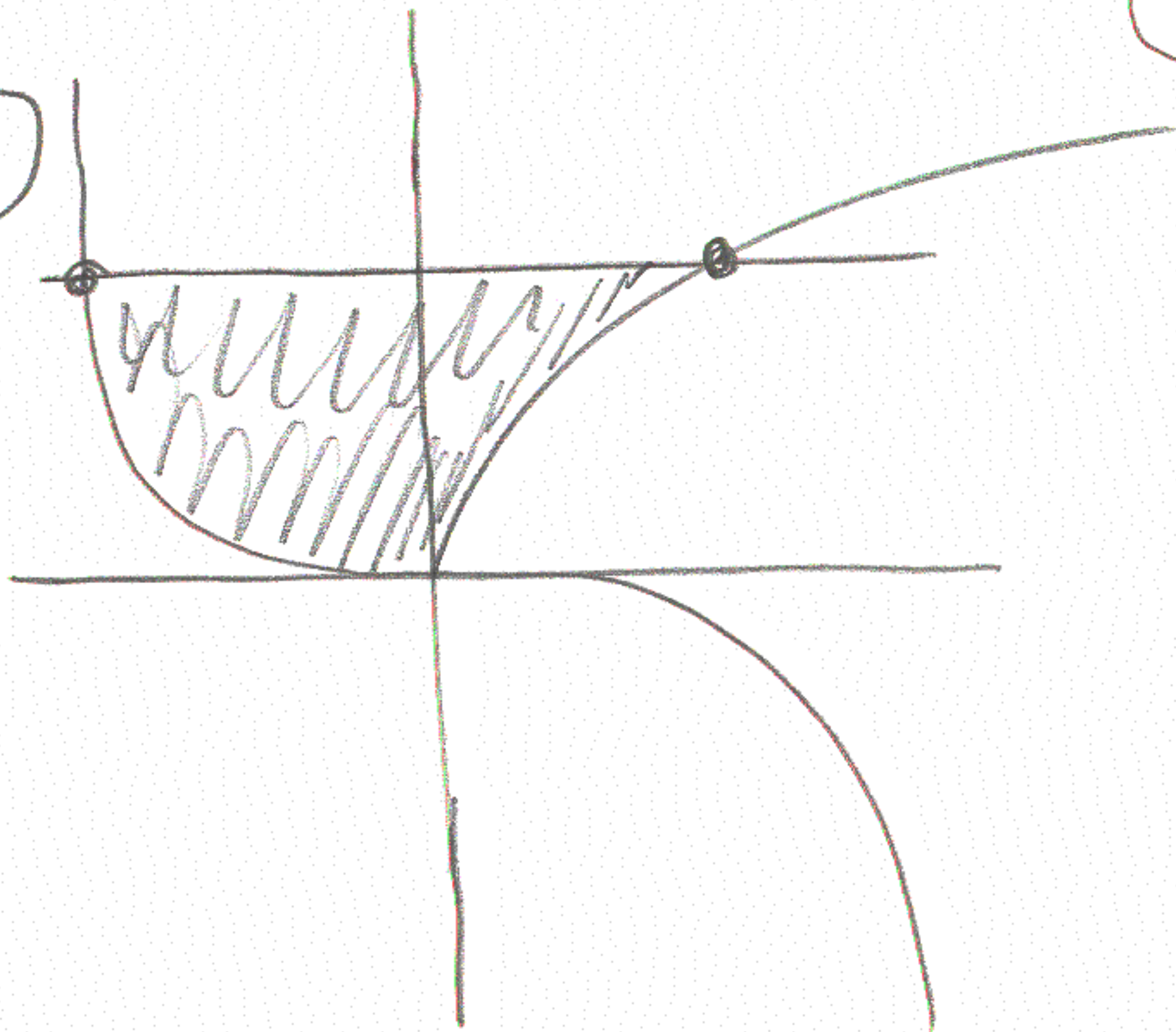
MAX (MIN) $(2\pi, 0)$



3

(7 781e)

2



$$-x^3 = 8$$

$$x^3 = -8$$

(-2,)

$$\frac{8}{3}\sqrt{x} = 8$$

$$\sqrt{x} = 3$$

$$x = 9$$

$$\int_{-2}^0 8 - (-x^3) dx = 8x + \frac{x^4}{4} \Big|_{-2}^0 = 0 - (-12) = 12$$

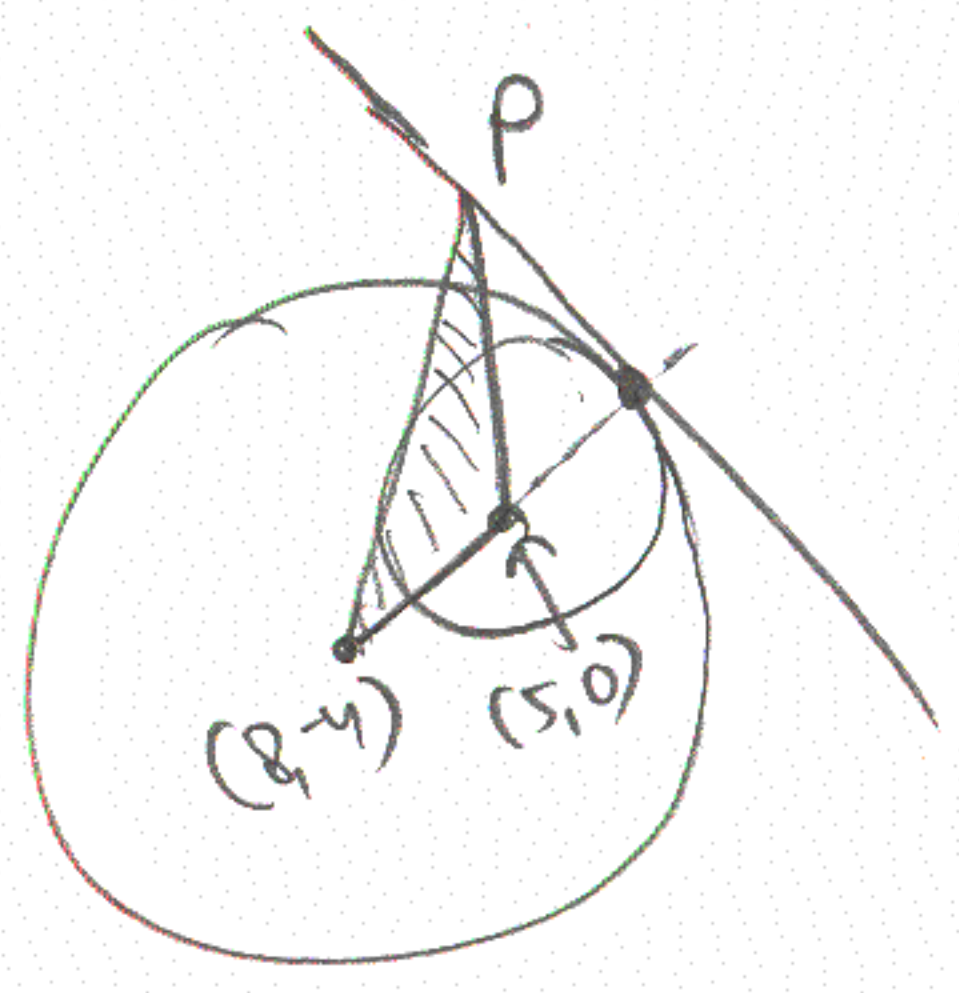
$$\int_0^9 8 - \frac{8}{3}\sqrt{x} dx = 8x - \frac{8}{3} \frac{x^{1.5}}{1.5} \Big|_0^9 = 24 - 0 = 24$$

36

(c)

$$x^2 + y^2 - 10x = 0$$

$$(x-5)^2 + y^2 = 25$$



מרחק בין המרכזים

$$d = \sqrt{(8-5)^2 + (-4-0)^2} = \sqrt{9+16} = 5$$

$$S = \frac{H \cdot 5}{2} = 25 \Rightarrow H = 10$$

(שאלה 8)

$$(x-8)^2 + (y+4)^2 = 100$$

מרחק בין המרכזים

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 10x = 0 \\ x^2 + y^2 - 16x + 8y = 20 \end{cases}$$

$$6x - 8y = -20$$

$$3x - 4y = -10$$

$$3x - 4y + 10 = 0$$

(שאלה 8)

נתון שוק משהו, הנה המרחב

$$y - 0 = \frac{-4 - 0}{8 - 5} (x - 5)$$

$$y = \frac{-4}{3} (x - 5)$$

$$3y = -4x + 20$$

$$3y + 4x = 20$$

$$4x + 3y - 20 = 0$$

נסמן P נקודה על המסלול

$$P \left(t, \frac{3t}{4} + \frac{10}{4} \right)$$

נקבל מרחק P מהקו המרחב
שאלה 10

$$\frac{|4t + 3 \left(\frac{3t}{4} + \frac{10}{4} \right) - 20|}{5} = 10$$

(878k)

$$\left| 4t + \frac{9t}{4} + \frac{30}{4} - 20 \right| = 50$$

$$\left| \frac{25t - 50}{4} \right| = 50$$

$$|25t - 50| = 200$$

$$|t - 2| = 8$$

$$t - 2 = 8$$

$$t = 10$$

(10, 10)

$$t - 2 = -8$$

$$t = -6$$

(-6, -2)

(8 marks)

② $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$ $(a+b)^{2n}$

$$2^n + 240 = 2^{2n}$$

$$2^{2n} - 2^n - 240 = 0$$

$$t^2 - t - 240 = 0$$

$$(t-16)(t+15) = 0$$

$$t = 16$$

$$2^n = 16$$

$$n = 4$$

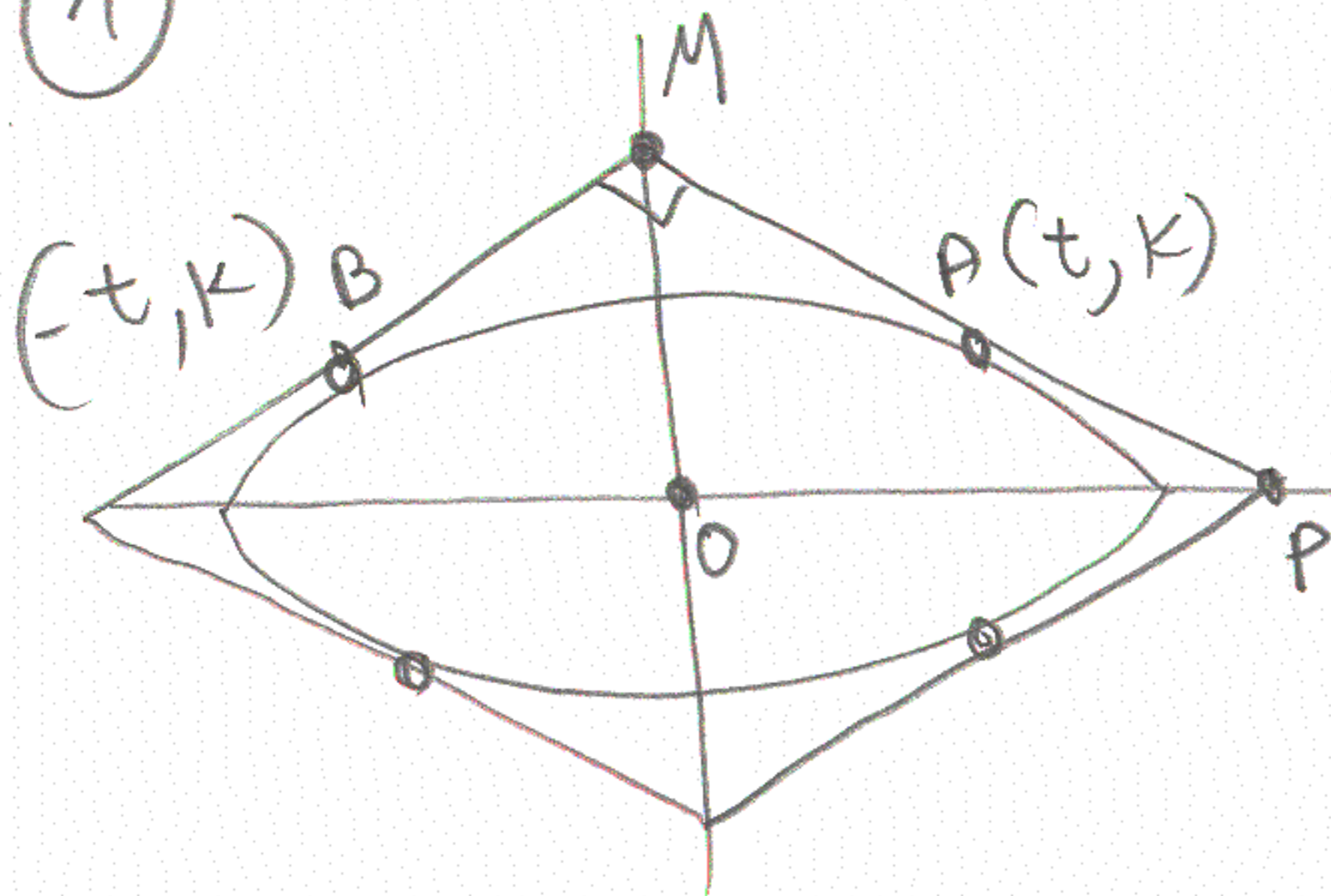
$$T_3 = C_4^2 \cdot x^{\frac{1}{2}(4-2)} \cdot x^{-\frac{1}{3} \cdot 2}$$

$$T_3 = 6x^{\frac{1}{3}} = 6\sqrt[3]{x}$$

(k)

(9 nokle)

(1)



$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$$

(A) $\frac{xt}{16} + \frac{yk}{9} = 1$

$$m_A = \frac{-9t}{16k}$$

(B) $-\frac{xt}{16} + \frac{yk}{9} = 1$

$$m_B = \frac{9t}{16k}$$

$$m_A \cdot m_B = -1$$

$$\frac{9t}{16k} \cdot \frac{9t}{16k} = 1$$

$$81t^2 = 256k^2$$

$$t^2 = \frac{256}{81}k^2$$

$$\frac{t^2}{16} + \frac{k^2}{9} = 1$$

$$\frac{256k^2}{81 \cdot 16} + \frac{k^2}{9} = 1$$

$$k^2 \left(\frac{16}{81} + \frac{1}{9} \right) = 1$$

$$k^2 = \frac{81}{25} \rightarrow k = \pm \frac{9}{5}$$

$$t = \pm \frac{16}{5}$$

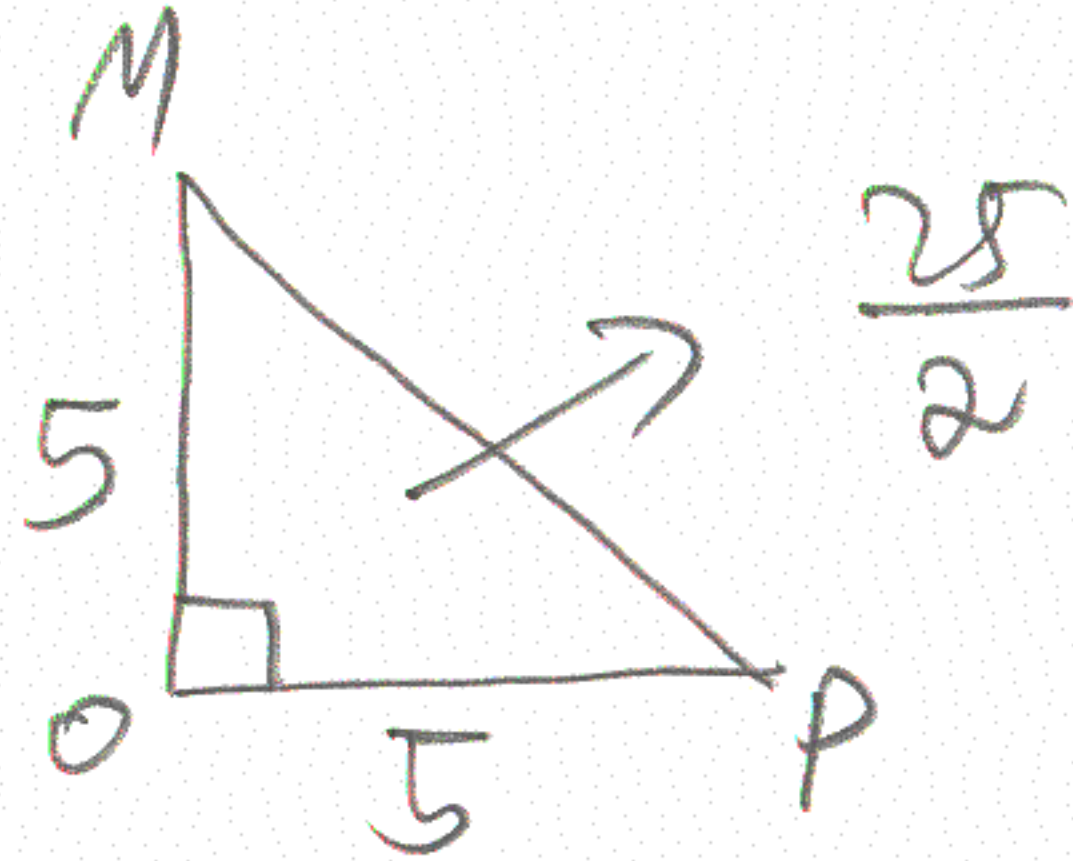
$\left(\frac{16}{5}, \frac{9}{5}\right)$	$\left(\frac{16}{5}, -\frac{9}{5}\right)$
$\left(-\frac{16}{5}, \frac{9}{5}\right)$	$\left(-\frac{16}{5}, -\frac{9}{5}\right)$

(9 28K)

$$\textcircled{2} \left(\frac{16}{5}, \frac{9}{5} \right) \Rightarrow \frac{x \cdot \frac{16}{5}}{16} + \frac{y \cdot \frac{9}{5}}{9} = 1$$

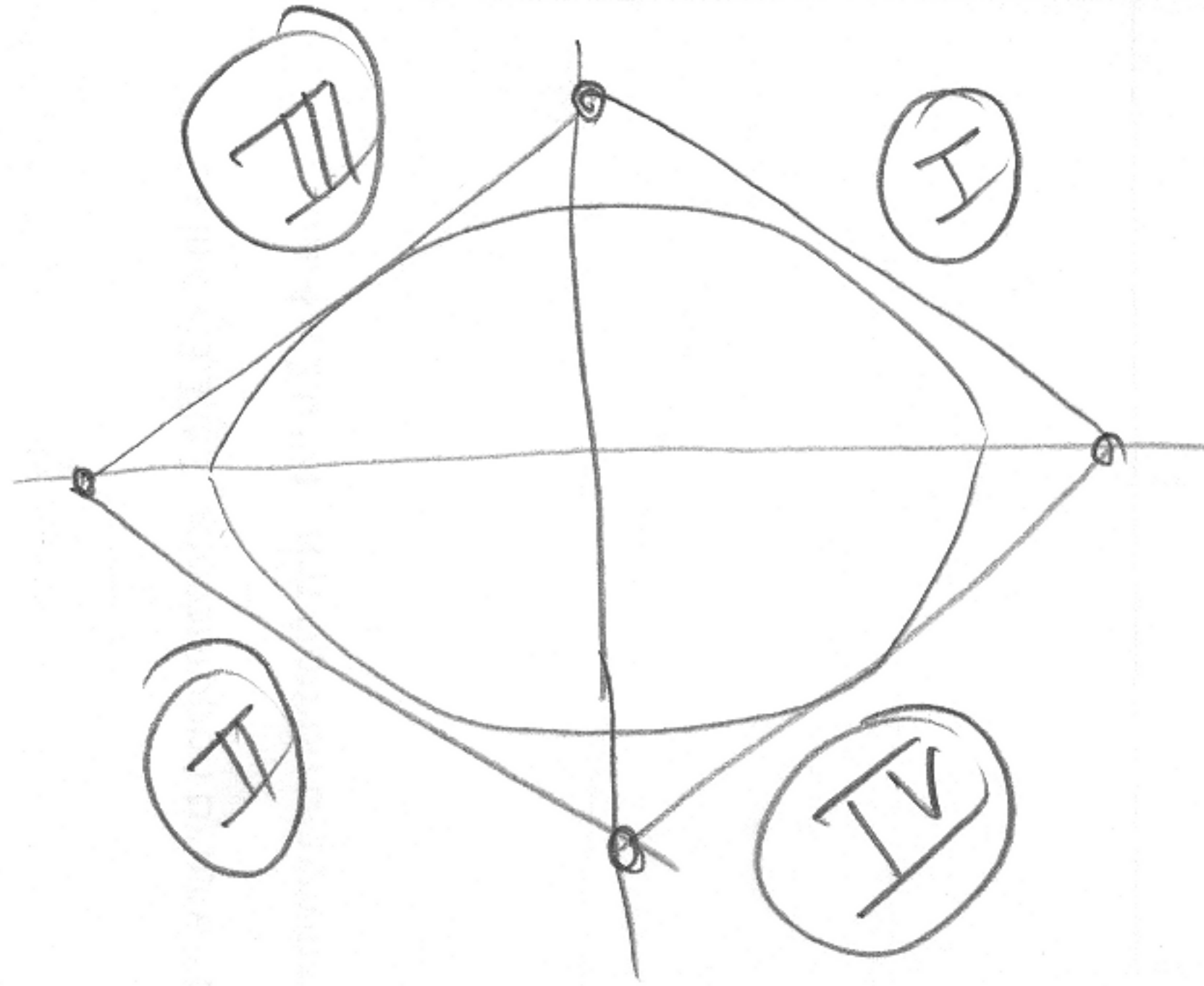
$$\frac{x}{5} + \frac{y}{5} = 1$$

$$x + y = 5$$



$$\frac{25}{2} \cdot 4 = 25 \cdot 2 = \textcircled{50}$$

הוכחה עסימטרית וסימטרית של תוצאות היקף:



קוטר המשיק: $y = mx + n$

קצוותיה: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

משוואת המשיק: $n^2 = m^2 a^2 - b^2$

$y_{I,II} = mx \pm \sqrt{m^2 a^2 - b^2}$

$y_{III,IV} = -\frac{1}{m}x \pm \sqrt{\frac{a^2}{m^2} - b^2}$

קוטר המשיק בין $y_I - y_{II}$ ו- $y_{III} - y_{IV}$ הוא אנכי ל- $y_{III} - y_{IV}$

מרחק בין קווי ישרים

$$Ax + By + C_1 = 0$$

$$Ax + By + C_2 = 0$$

$$d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Ⓐ $mx - y + \sqrt{m^2 a^2 - b^2} = 0$

Ⓑ $mx - y - \sqrt{m^2 a^2 - b^2} = 0$

$$\frac{\sqrt{m^2 a^2 - b^2} - (-\sqrt{m^2 a^2 - b^2})}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

$$\frac{\cancel{2} \sqrt{m^2 a^2 - b^2}}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

Ⓐ/Ⓑ

Ⓒ $-\frac{1}{m}x - y + \sqrt{\frac{a^2}{m^2} - b^2} = 0$

Ⓓ $-\frac{1}{m}x - y - \sqrt{\frac{a^2}{m^2} - b^2} = 0$

$$\frac{\sqrt{\frac{a^2}{m^2} - b^2} - (-\sqrt{\frac{a^2}{m^2} - b^2})}{\sqrt{\frac{1}{m^2} + 1}}$$

$$\frac{\cancel{2} \sqrt{\frac{a^2}{m^2} - b^2}}{\sqrt{\frac{1}{m^2} + 1}}$$

נסו להוכיח את זה:

$$\frac{(m^2 a^2 - b^2)}{m^2 + 1} = \frac{a^2 - b^2 m^2}{m^2 + 1}$$

$$m^2 (a^2 + b^2) = (a^2 + b^2)$$

$$m^2 = 1$$

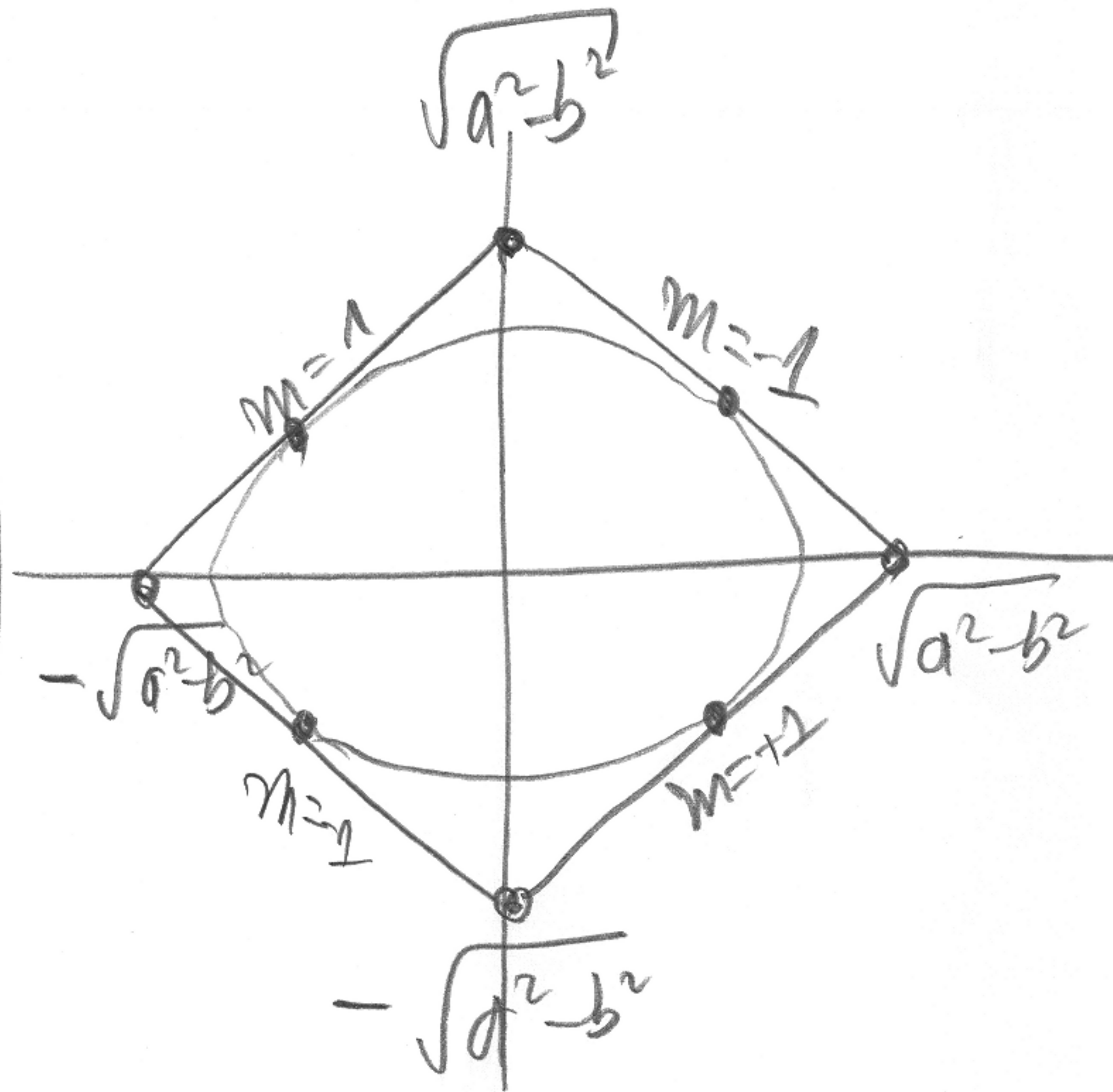
$$m = \pm 1 \Rightarrow n^2 = a^2 - b^2$$

$$\Downarrow$$
$$y_{\text{I}} = X + \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$y_{\text{II}} = X - \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$y_{\text{III}} = -X + \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$y_{\text{IV}} = -X - \sqrt{a^2 - b^2}$$



(9 אדקע)

②

①

$$z + \frac{1}{z} = 2 \cos \alpha$$

$$z^2 - 2 \cos \alpha z + 1 = 0$$

$$z_{1,2} = \frac{2 \cos \alpha \pm \sqrt{4 \cos^2 \alpha - 4}}{2}$$

$$\frac{2 \cos \alpha \pm 2 \sqrt{\sin^2 \alpha}}{2} =$$

$$\cos \alpha \pm i \sin \alpha$$

$$z_1 = \operatorname{cis} \alpha$$

$$z_2 = \operatorname{cis}(-\alpha)$$

②

$$(\cos \alpha)^n + \frac{1}{(\cos \alpha)^n} = \cos 0$$

$$\operatorname{cis} \alpha^n + \operatorname{cis}(-\alpha^n) =$$

$$\cos \alpha^n + i \sin \alpha^n + \cos(-\alpha^n) + i \sin(-\alpha^n) =$$

$$\boxed{2 \cos(\alpha^n)} \quad \frac{\sin \alpha^n}{\alpha^n}$$

$$z_2 \text{ אדקע } n/3 \text{ פלק}$$